

LA STRUCTURE LOGIQUE DES
PARADOXES
ET LEUR RÉOLUTION FORMELLE

ANDRÉ JOSEPH MAILLÉ

LA STRUCTURE LOGIQUE DES
PARADOXES
ET LEUR RÉSOLUTION FORMELLE



COLLECTION PHILOSOPHIQUE AJM

ÉDITION 2021

AJM Éditeur
200, rue Sansregret
Saint-Calixte (Québec)
J0K 1Z0 Canada

Collection Philosophique AJM
Édition exclusive

ajmediteur@gmail.com

Publié sur www.bookelis.com
ISBN : 979-10-359-2143-9

Distribution: Hachette Livre

© André Joseph Maillé

andrejosephmaille.com

Dépôt légal: premier trimestre 2021
Bibliothèque et archives du Québec
Bibliothèque et archives du Canada

AVANT-PROPOS

De l'écrivain et philosophe américain Martin Gardner¹ : « Le premier ordinateur au monde programmé spécialement pour déterminer la véracité des propositions en logique fut construit en 1947 par William Burkhart et Theodore Kalin, alors étudiants à Harvard. Quand ils insérèrent le paradoxe du menteur [paradoxe d'Épiménide, sous la variante "cette phrase est fausse" par exemple] dans leur machine, elle entra dans une phase oscillatoire, faisant, selon les propres mots de Theodore Kalin, "un boucan du tonnerre". – [Dans le même ordre d'idées] une nouvelle de science-fiction du romancier américain Gordon Dickson, intitulée *Clef anglaise*, raconte l'histoire de savants qui sauvèrent leur vie en paralysant un ordinateur : ils introduisirent la proposition suivante : "Tu dois rejeter la présente proposition parce que toutes celles que j'introduis sont fausses." »

Si, en intelligence artificielle, un paradoxe peut faire surchauffer un ordinateur, il est aussi bien placé en milieu naturel pour griller quelques neurones du cerveau humain ou le plonger littéralement dans la folie. « [...] comme l'ont montré Bateson et ses épigones avec l'étude du "double lien", le paradoxe est aussi impliqué, de manière pathogène cette fois, dans le déclenchement de certaines psychoses où la confrontation des idées prend un aspect destructeur : quand nous plongeons autrui dans une alternative impossible (du type « désobéis-moi ! ») nous nous efforçons de rendre l'autre fou². » Vous avez bien compris que la

1. Martin Gardner, *La magie des paradoxes*, Paris, Belin/Pour la science, 1980 Chap. 1. « Les paradoxes de la logique », p. 14.

2. Philippe Boulanger et Alain Cohen, *Le trésor des paradoxes*, Paris, Belin, 2007, p. 11.

somation « désobéis-moi ! » est irréalisable. Si l'ordre donné est de désobéir, nous ne pouvons l'exécuter, puisque nous obéissons lorsque nous désobéissons et désobéissons lorsque nous obéissons. Il n'y a pas d'issue. Nous ne pouvons désobéir à cet ordre qu'en lui obéissant et lui obéir qu'en lui désobéissant.

Les paradoxes logiques et sémantiques agissent comme ceci sur l'esprit : on branche au cerveau d'un prisonnier une machine capable de détecter ses intentions. Le prisonnier est dans une petite cellule et, devant lui, une porte menant au dehors est ouverte. Aussitôt que le prisonnier a l'intention de la franchir, elle se ferme. Lorsqu'il n'a aucune intention de la franchir, elle s'ouvre. S'il pense toujours à la franchir, elle restera toujours fermée. ... Le prisonnier en déduit que le seul moyen pour lui de franchir cette porte est de ne pas penser à le faire pour qu'elle s'ouvre et ensuite de la franchir sans avoir l'intention de le faire. Penser à une chose ou oublier de penser à une chose, cela est toujours faisable, mais penser à oublier de penser à une chose, ou oublier de penser à ne pas penser à une chose volontairement, est-ce réalisable ?

Le philosophe français, Serge Carfantan, a écrit³ : « Ne consignons pas le paradoxe en dehors de la vie. N'en faisons pas un gadget de mathématicien, une malice de philosophe ou un truc de sophiste. Il y a fort à parier que chaque fois que notre vie est empêtrée dans des contradictions, nous sommes en plein dedans. Le fou qui se cogne la tête contre les murs ne souffre pas d'on ne sait quelle pulsion, il veut casser la tête de ce mental qui le fait cruellement souffrir. Quand la polémique enfle et que les esprits s'échauffent, quand la discussion est enfermée dans un dilemme parce que l'on croit qu'il suffit pour résoudre une question de cocher la bonne case, la logique duelle est aux commandes. Le mental fabrique les cercles vicieux, maintient le conflit et ferme les issues. »

Dans cette lancée, Serge Carfantan ajoute : « Qui dit paradoxe dit bien plus qu'idée dérangeante pour l'opinion. Un paradoxe est plutôt un problème si aigu que *l'intellect* lui-même se trouve bloqué dans

3. Serge Carfantan, « Leçon 140, C : Conscience, relation et paradoxe ». <http://www.philosophie-spiritualite.com/>.

une impasse. À une opinion, nous pouvons toujours en opposer une autre. Devant une question, nous pouvons toujours chercher une réponse satisfaisante, mais devant un paradoxe l'esprit est comme arrêté, interdit, ne sachant plus quoi penser. La question de fond est de savoir si le paradoxe ne met pas en cause directement la logique dans laquelle l'intellect fonctionne naturellement. L'intellect est avant tout un outil de discrimination, or la discrimination implique l'analyse, la division, donc en un sens la dualité. Le paradoxe est-il une mise en cause de la logique duelle du mental ? Est-ce seulement un jeu de l'esprit ou davantage ? Est-ce une question plus difficile qu'une autre, ou la perception d'une contradiction insoluble ? »

Après avoir troublé les écoles de philosophie de l'Antiquité et secoué la logique scolastique du Moyen Âge, les paradoxes refont surface dans la logique mathématique moderne et plongent les cerveaux dans le même embarras. Beaucoup ont cherché une solution aux paradoxes, dont le paradoxe du menteur d'Épiménide, sans doute le plus célèbre d'entre tous, qui, depuis l'Antiquité, a fait l'objet d'innombrables tentatives de résolution de la part de philosophes, de logiciens et de mathématiciens, mais aucune ne s'est avérée concluante : personne ne serait parvenu à le résoudre. Les postulats sont pénibles à lire et il est inutile de les rapporter ici, d'autant qu'ils n'apportent pas la solution. Certaines de ces supposées résolutions sont composées de détours extravagants, d'équations tordues et d'échappatoires faisant prévaloir divers niveaux de langage qui peuvent s'appliquer à l'intelligence artificielle, certes, au développement de la programmation informatique, dans le cadre des mathématiques des classes, mais une intelligence naturelle ne fonctionne pas de la sorte.

Le mathématicien, logicien et philosophe britannique Bertrand Russell (1872-1970) et son compatriote, également mathématicien, logicien et philosophe, Alfred Whitehead (1861-1947), ont imaginé une hiérarchie de *types* appelée la *théorie des types* ou *théorie de l'abolition des Boucles Étranges*, qu'ils ont exposée dans les *Principia Mathematica*, visant à se sauver des paradoxes que générait la *théorie des ensembles* de Georg Cantor (1845-1918), un mathématicien allemand. Mais ce ne fut pas une réussite. En 1959, Russell écrivit, dans son ouvrage *Histoire de mes idées philosophiques* (Gallimard 1961) :

« Quand les *Principia Mathematica* furent achevés, je me suis attaché à résoudre définitivement les paradoxes. Il y avait là comme un défi que je devais relever ; si cela s'était avéré nécessaire, j'aurais consacré le reste de ma vie à cette tâche. Mais, pour deux raisons, je trouvais ce travail excessivement désagréable. En premier lieu, le problème entier me frappa par son insignifiance... En second lieu, par la façon dont je l'avais abordé, je ne pouvais nullement progresser. Tout au long des années 1903-1904, j'ai consacré la presque totalité de mon travail à ce sujet, sans qu'il n'en sorte la plus petite miette de succès. »

Le paradoxe des ensembles de Russell a jeté par terre des décennies de réflexions en logique mathématique. Il fut considéré comme étant le pire revers qu'aurait subi la logique dans toute son histoire. Le mathématicien et logicien allemand Gottlob Frege (1848-1925), s'apprêtait à publier ses travaux lorsqu'il reçut une lettre de Bertrand Russell lui faisant part de ce paradoxe, ce qui démontra l'inconsistance de la théorie sur laquelle travaillait Frege. Dévasté par ce qu'il venait d'apprendre, Frege laissa cette note dans son livre : « Pour un écrivain scientifique, il est peu d'infortunes pires que de voir l'une des fondations de son travail s'effondrer alors que celui-ci s'achève. C'est dans cette situation inconfortable que m'a mis une lettre de M. Bertrand Russell, alors que le présent volume allait paraître⁴. »

Le mathématicien et logicien autrichien Kurt Gödel (1906-1978), ami d'Albert Einstein, enfonça le clou. Il souleva des contradictions internes dans la logique mathématique et exposa une figure paradoxale du problème (une assertion mathématique autoréférentielle comparable au paradoxe du menteur) qui a conduit à son théorème d'incomplétude⁵ (1931) qui ébranla les idées reçues en logique mathématique, en l'occurrence celles qui font suite à la *Théorie des ensembles* de Cantor qui donna lieu aux *Principia Mathematica* de

4. Paradoxe de Russell, *Wikipédia*.

5. L'*incomplétude* est le caractère de ce qui n'est pas abouti ou qui est incomplet. Proposition qui n'est ni démontrable ni réfutable, soit ni l'une ni l'autre, et non pas l'une et l'autre, auquel cas le terme utilisé est celui de *complétude* : démonstration d'un énoncé et de son contraire. En revanche, le terme de *consistance* se limite à la démonstration d'un énoncé dont le contraire est indémontrable, par opposition à l'*inconsistance* qui stipule qu'un énoncé se contredit.

Russell et Whitehead. En y ajoutant l'idéographie de Gottlob Frege, on y trouve les fondements de la logique moderne et l'origine de la logique contemporaine.

Il appert donc que les grands développements de la logique moderne et contemporaine, de la théorie des ensembles, des *Principia Mathematica*, de la logique mathématique d'Hilbert, du théorème d'*incomplétude* de Gödel et des progrès de l'intelligence artificielle sont les résultats directs de spéculations tournant autour des paradoxes.

Gödel n'apporta pas de solution aux paradoxes qu'il exposa, mais on conclut par ses avancées qu'il existe des vérités que nous ne pouvons démontrer, de même que des faussetés indémonstrables. Par ailleurs, Gödel ne parla pas précisément de vérités et de faussetés, mais plutôt d'énoncés indécidables qui ne peuvent être ni prouvés ni réfutés, ni s'affirmer ni se nier, ni être vrais ou faux, mais qui existent.

La théorie ou le théorème sur lequel on se penche depuis près de quatre-vingt-dix ans pour résoudre les paradoxes logiques est, à compter de la *hiérarchie des types* de Russell et le théorème d'*incomplétude* de Gödel, le théorème de *non définissabilité* de Tarski, du logicien et philosophe polonais Alfred Tarski (1901-1983), dans lequel il introduit la notion de « vérité » et parle donc d'une hiérarchie de langage, de métalangage et de méta-métalangage... Mais toute cette théorie faisant référence à des niveaux de langage hiérarchisés, visant à neutraliser l'autoréférence dans le paradoxe, est boiteuse et n'explique pas ce qu'est un paradoxe, mais plutôt comment faire pour lui échapper. Ici, on ne s'attaque pas au problème, on se sauve de lui !

4. Graham Priest et la logique du paradoxe⁶. Le philosophe anglais, expatrié en Australie, Graham Priest présente une nouvelle façon de considérer les paradoxes logiques. Au lieu de les dissoudre ou de les contourner, comme Tarski l'a fait en restreignant la notion de vérité aux langages formels, et sans même tenter de les expliquer, l'auteur soutient que nous devrions les accepter et apprendre à vivre avec eux.

6. Maxime Bonin, « Approches contemporaines au problème du paradoxe du menteur », *Dogma, Revue de philosophie et de sciences humaines*, 2008. <http://www.dogma.lu/pdf/MB-ParadoxeMenteur.pdf>.

4.1. Priest démontre que les paradoxes ne peuvent trouver de solution. En effet, il suppose qu'un paradoxe est un argument dont les prémisses paraissent vraies mais dont la conclusion est fausse. Une solution en bonne et due forme devrait pouvoir nous dire quelle prémisse est fausse et pourquoi. Or il soutient qu'aucune solution, au paradoxe du menteur par exemple, n'a été en mesure de le faire.

4.2. La conclusion de Priest est de cesser de se creuser les méninges pour trouver une solution aux paradoxes et de les accepter comme des faits bruts et inéluctables. Il suggère que nous adaptions notre logique bivalente classique pour intégrer une troisième valeur de vérité. Il y aurait donc des propositions vraies (et seulement vraies), des propositions fausses (et seulement fausses) et des propositions vraies et fausses à la fois.

Si nous acceptons de suivre l'auteur de cette idée, qui d'ailleurs n'est pas nouvelle, nous devons nécessairement rompre avec le principe de non-contradiction de la logique formelle, selon lequel une chose ne peut pas être ce qu'elle est et son contraire en même temps sous le même rapport, mais, comme nous le verrons dans le *carré des oppositions*, elle peut par contre correspondre à ni l'une ni l'autre de ces valeurs.

On ne solutionnera jamais un paradoxe en croyant qu'il est à la fois vrai et faux. On ne le solutionnera jamais en croyant qu'il cache deux vérités puisque le faux peut être aussi vrai que le vrai, ou deux faussetés puisque le vrai peut être aussi faux que le faux, car il n'est ni l'un ni l'autre du vrai et du faux, et nous allons voir ensemble ce qui nous conduit à cette conclusion.

« Gödel, Tarski, Church, Post, Turing et beaucoup d'autres ont montré que de très nombreuses théories permettent d'énoncer des formules paradoxales semblables à celle du menteur. En particulier, toutes les théories destinées à fonder les mathématiques, même l'arithmétique formelle, permettent d'énoncer de telles formules⁷. » Mais personne n'a su comment définir la nature paradoxale de ces formules.

En effet, il semblerait qu'on ne comprenne encore rien aux paradoxes. Pour certains, ils ne sont pas solubles ; pour d'autres, on parle d'assertions indécidables (pour ne pas dire de vérités et de faussetés

7. Wikiversité : *L'incomplétude mathématique/Le paradoxe du menteur*.

indémontrables). Comme l'a remarqué Paul Vincent Spade, professeur de philosophie à l'Université de l'Indiana, aux États-Unis, et spécialiste des *insolubilia* : « Il n'existe peut-être pas de solution définitive au paradoxe du menteur : il nous faut alors nous contenter d'élaborer des variantes plus ou moins élégantes des mêmes approches de base⁸ ». Le sociologue et philosophe français Edgar Morin parle assez longuement de ce paradoxe dans *La Méthode 4* et l'*ASLC 2009*. Il ne donne pas de solution et avance que la logique est impuissante à résoudre quelque problème de ce genre.

Dans *Le statut paradoxal du paradoxe*, Jean-Yves Girard, logicien, mathématicien et directeur de recherche au CNRS, nous dit que « le paradoxe est une clef dont on n'a pas la serrure ». C'est dire qu'il donne beaucoup de fil à retordre aux philosophes, aux logiciens, aux mathématiciens et autres penseurs.

On raconte que Philéas de Cos, un érudit de la Grèce antique, aurait cherché à résoudre le paradoxe du menteur avec tellement d'acharnement qu'il en serait mort de faim et de fatigue. On pouvait lire sur sa pierre tombale : « Je suis Philéas de Cos. C'est le Menteur qui m'a fait mourir, et les mauvaises nuits qu'il m'a causées⁹. »

Pour sa part, le mathématicien et logicien italien, Piergiorgio Odifreddi, a une approche un peu désinvolte du problème, il écrit¹⁰ :

La phrase « Je suis en train de mentir », justement appelée paradoxe ou antinomie du menteur, est le grain de sable qui bloque le mécanisme du langage. Il suffit de ces quelques mots pour mettre en crise ses prétentions métaphysiques et pour démontrer que les notions de vérité et de fausseté sont contradictoires. Ou mieux, que nombreuses sont les vérités et les faussetés, avec une minuscule, mais qu'il n'y a aucune Vérité ni aucune Fausseté, avec une majuscule.

[...] Naturellement, il n'y a rien de surprenant dans le fait que la métaphysique s'avère être une illusion. Nous l'avions déjà compris en jetant un coup d'œil à l'histoire des mots abstraits comme « esprit » et « âme », et en découvrant que ceux-ci sont des boîtes vides. S'il y a une chose surprenante,

8. Nicholas Falletta, *Le livre des paradoxes*, Paris, Belfond/Science, 1985, p. 148.

9. « Philéas de Cos », *Wikipédia*.

10. Piergiorgio Odifreddi, *Menteur qui comme Ulysse...* Paris, Belin, p. 24, 25.

c'est qu'il suffit parfois de si peu pour démontrer les prétentions de la métaphysique, qui se révèle ainsi n'être qu'une maladie infantile et infectieuse du langage et de la pensée.

Comme l'un des symptômes de l'infantilisme est l'entêtement, les métaphysiciens se sont obstinés durant des millénaires à chercher des « solutions » au paradoxe du menteur. [...] Mais la seule chose qui en soit résultée est un raffinement continu de la déconstruction, qui a révélé de façon encore plus précise et évidente les difficultés du langage.

Nous allions justement vous dire que pour résoudre les paradoxes, nous allons avoir recours à quelques notions abstraites, métaphysiques, en restant dans les limites du langage ordinaire. Vous ne trouverez aucune équation mathématique dans cette résolution, que de la logique pure. En d'autres termes, si les mathématiques ont besoin d'être logiques, la logique n'a pas besoin d'être mathématique. Les mathématiques n'ont pas le monopole de la logique.

« Durant les trois derniers quarts d'un siècle, il y a eu probablement plus de travail intensif fait pour essayer de trouver une solution aux paradoxes logiques que pour n'importe quel autre sujet dans l'histoire de la logique. L'appel de ceux qui ont essayé de trouver une solution fait penser à une liste d'honneur de logiciens. Jusqu'ici, aucune solution largement acceptée n'a été trouvée¹¹. »

Nicholas Falletta¹² – Dans l'histoire de la civilisation occidentale, il y a eu trois grandes périodes pendant lesquelles on a porté un intérêt immense aux paradoxes. D'abord, dans la Grèce antique, du v^e siècle au ii^e siècle avant Jésus-Christ : le paradoxe du menteur et ceux de Zénon datent de cette époque. Puis, les scolastiques médiévaux, en redécouvrant les textes classiques, affrontent les problèmes « insolubles » et sèment les graines de ce qui va fleurir pendant la Renaissance

11. Graham Priest, « La logique du paradoxe », *Philosophie*, n° 94, été 2007, p. 72, 73.

12. Nicholas Falletta, *Le Livre des Paradoxes*, Paris, Belfond/Science, 1985, p. 13, 14.

sous la forme des nombreux (plus de cinq cents) recueils de paradoxes, littéraires comme scientifiques, publiés en Europe occidentale à ce moment.

La troisième période commence dans la seconde moitié du xix^{e} siècle et se poursuit de nos jours. C'est à peu près entre le milieu du xix^{e} siècle et le début du xx^{e} siècle qu'on a pratiquement achevé le processus de formation en mathématiques et en logique. Cela a conduit inévitablement à un examen approfondi des paradoxes, soit nouveaux, soit anciens, mais non encore résolus. Outre la position prestigieuse qu'ils ont acquise en mathématiques et en logique, ils occupent – depuis les bouleversements apportés par la théorie de la relativité et la mécanique des quanta – une place non négligeable dans les sciences.

Le mouvement s'étend aujourd'hui à d'autres domaines de l'activité culturelle : psychologie, économie, sciences politiques, philosophie, arts. Concernant les paradoxes, c'est la période moderne qui a d'ores et déjà produit les commentaires les plus nombreux et les plus rigoureux de toute l'histoire...

[...] De quelque type qu'ils soient, les paradoxes présentent plusieurs caractéristiques communes. La principale est la contradiction, mais il y a aussi l'énoncé portant sur lui-même (autoréférence) et le cercle vicieux. Les paradoxes sont souvent très ambigus et demandent, si on veut les résoudre, qu'on clarifie les diverses significations et interprétations présentes dans le langage ordinaire et l'imagination, diversité qui est la cause de nombre d'entre eux. Celui qui étudie les paradoxes doit se garder de l'ambiguïté, de l'imprécision et des autres sources de sophismes.

En fait, pourquoi philosophes, logiciens, mathématiciens et autres savants sont-ils incapables de résoudre les paradoxes et comment se fait-il que certains diront même qu'il n'y a pas de solution ? La réponse à cette question est étonnante : c'est parce qu'on ne sait pas différencier un négatif d'un positif ! Ou encore, on en sous-estime l'importance et de là on passe à côté de choses essentielles. On va même jusqu'à croire que l'un et l'autre du négatif et du positif peuvent indifféremment être l'un ou l'autre, mais cela ne se fait pas sans discernement. En somme, si on n'a pas encore découvert à ce jour la véritable structure logique des

paradoxes, c'est parce qu'on regarde ailleurs. Les outils de résolution des paradoxes consistent, en effet, et *a priori*, à établir une différence notable entre un négatif et un positif, mais aussi bizarre que cela puisse paraître, cette distinction ou cette différence ne semble pas être prise en compte comme elle le devrait en logique et en mathématique. Si tel est le cas, nous allons l'établir ensemble, dans cet ouvrage.

En rhétorique, une recette efficace pour réussir un paradoxe consiste à inverser un truisme, un axiome ou une évidence, créant une allégation allant contre l'opinion commune. En logique, on parle plutôt d'une contradiction insoluble à laquelle aboutit le développement de certains raisonnements; en mathématique, il est question d'indécidables ou de vérités et de faussetés indémonstrables, mais ni les rhéteurs, ni les philosophes, ni les logiciens, ni les mathématiciens n'en connaissent la structure logique. Sinon, on nous l'aurait bien démontrée quelque part, mais nous n'en avons trouvé la démonstration nulle part. D'ailleurs, par les propos que soutiennent les diverses écoles de pensée, on voit bien que cette structure est incomprise et qu'elle constitue un mystère qu'on cherche encore à élucider.

Un paradoxe est ce qui conduit à penser en même temps une chose et son contraire, mais cela s'oppose au principe d'identité et de non-contradiction de la logique formelle. En effet, nous verrons qu'en terme « absolu », on peut toujours nier une chose et son contraire, mais on ne peut affirmer les deux en même temps, puisque, par définition, un absolu est un extrême qui exclut son contraire, sinon il ne serait pas un absolu, sauf que, les relativistes doutent du fait qu'une chose puisse être absolue, qu'elle puisse exclure son contraire. Nous allons démontrer que non seulement l'absolu existe, mais que cette notion est essentielle à la bonne compréhension des choses, incluant de ce qui est relatif.

Enfin, certains vous diront qu'un paradoxe peut comporter plusieurs solutions, qu'aucune d'entre elles ne peut prétendre s'imposer avec plus d'évidence que les autres, mais que chacune est efficace dans son contexte. Cependant, s'il existe plusieurs solutions, c'est qu'elles sont toutes fausses ! Il n'y a qu'une solution, elle est sans équivoque et

ne laisse personne perplexe. Après plus de vingt-cinq siècles d'essais infructueux, voici à quoi correspond, selon nous, la structure logique des paradoxes et leur résolution formelle.

N. B. : Ce livre représente la première partie d'un ouvrage qui en comprend trois et qui a pour titre *L'Ordre du Monde, la Vérité qu'on ne mérite pas!* Cette première partie a été isolée de l'ouvrage principal parce que son contenu peut être accepté et apprécié par un large public, alors que *L'Ordre du Monde*, dans son ensemble, s'adresse à des lecteurs avertis : il ne plaît pas à tout le monde et peut même froisser certaines personnes, mais nous ne voulions pas priver ces gens de cette inspiration qui nous a mené à la compréhension des paradoxes, et de là, à voir le monde comme il est réellement.

CHAPITRE I

LA DÉFINITION DES PARADOXES

LA NON-EXISTENCE DE CE QUI EXISTE ET L'EXISTENCE DE CE QUI N'EXISTE PAS – Faisons un peu de métaphysique et abordons par la négative la question de l'existence et de la non-existence.

Si la non-existence existe, c'est qu'elle est existante, et si elle est existante, c'est qu'elle n'est pas la non-existence. Si la non-existence n'existe pas, c'est qu'elle n'est pas existante, et si elle n'est pas existante, c'est qu'elle est la non-existence. La non-existence existe donc lorsqu'elle n'existe pas et n'existe pas lorsqu'elle existe.

Si « nulle part » existe, il se trouve quelque part, et s'il se trouve quelque part, c'est qu'il n'est pas nulle part. Si « nulle part » n'existe pas, il ne se trouve pas quelque part, et s'il ne se trouve pas quelque part, c'est qu'il est nulle part. Cela étant, lorsque « nulle part » existe, il n'existe donc pas puisqu'il se trouve quelque part, et lorsqu'il n'existe pas, il existe puisqu'il ne se trouve nulle part.

Si rien existe, c'est qu'il est quelque chose, et s'il est quelque chose, c'est qu'il n'est pas rien. S'il n'existe pas, c'est qu'il n'est pas quelque chose, et s'il n'est pas quelque chose, c'est qu'il est rien. Rien est donc quelque chose lorsqu'il existe et rien lorsqu'il n'existe pas. En considérant les choses par la négative, c'est donc ce qui n'existe pas qui existe, et ce qui existe qui n'existe pas ; nulle part est partout, et partout est nulle part ; rien est tout, et tout est rien. Ce n'est donc pas parce qu'une chose existe qu'elle est existante, et ce n'est pas parce qu'elle n'existe pas qu'elle est non existante, mais du côté positif, tout devient clair et intelligible : ce qui existe existe et ce qui n'existe pas n'existe pas ; partout est partout, et nulle part est nulle part ; tout est tout, et rien est

rien. Selon les principes de la logique formelle, le positif est positif et le négatif est négatif et cela n'est pas qu'une simple tautologie : vous seriez étonné de savoir combien sont ceux qui prennent l'un pour l'autre !

Ainsi, l'existence est et peut ne pas être : dans la formule « l'existence est », qui correspond à l'affirmation d'une valeur positive, et dans celle de « l'existence n'est pas », qui correspond à la négation de cette valeur positive, il n'y a aucun paradoxe. Cependant, les formulations « la non-existence est », qui constitue l'affirmation d'une valeur négative, et « la non-existence n'est pas », qui représente la négation de cette valeur négative, sont des paradoxes, puisque le non-être est lorsqu'il n'est pas et n'est pas lorsqu'il est. Il n'est donc ni l'un ni l'autre en définitive. Tous les paradoxes sont composés de valeurs négatives, il n'existe aucun paradoxe qui soit de valeur positive, c'est même impossible !

Un paradoxe, ça consiste surtout à enlever de l'existence à ce qui existe (négation de l'affirmation) pour en donner à ce qui n'existe pas (affirmation de la négation). Soit à rendre négatif le positif afin de rendre positif le négatif, car on ne peut certainement pas rendre un négatif positif sans – d'abord et avant tout – rendre un positif négatif !

LE PARADOXE DES ENSEMBLES OU LE PARADOXE DU BARBIER –

Bertrand Russell exposa un paradoxe en ces termes : « L'ensemble des ensembles n'appartenant pas à eux-mêmes appartient-il à lui-même ? » C'est la même structure logique que le paradoxe du menteur : « Si celui qui dit que tous les Crétois sont menteurs est lui-même Crétois, dit-il la vérité ? »

Le paradoxe des ensembles fut simplifié comme suit : « Un barbier qui ne doit raser que ceux qui ne peuvent pas se raser eux-mêmes, peut-il se raser lui-même ? » Puisque le barbier ne doit raser que ceux et uniquement ceux qui ne peuvent se raser eux-mêmes, le barbier ne peut pas se raser lui-même parce qu'il peut se raser lui-même. Il peut donc se raser lui-même parce qu'il ne peut pas se raser lui-même. Et cette boucle étrange peut revenir sur elle-même infiniment sans jamais rien conclure.

Alors dans le sens positif, le positif est positif et le négatif est négatif, mais dans le sens négatif, on nie l'affirmatif pour affirmer le négatif, c'est donc le positif qui devient négatif et le négatif qui devient positif. Voyez l'absurdité : le barbier ne peut pas se raser lorsqu'il peut se raser et il peut se raser lorsqu'il ne peut pas se raser, c'est comme dire que ce qui n'est pas est et ce qui est n'est pas. Par la positive, les choses deviennent claires : il se rase lorsqu'il peut se raser et ne se rase pas lorsqu'il ne peut pas se raser, ce qui est est et ce qui n'est pas n'est pas. Sur quatre propositions donc, une seule est affirmative, celle où il se rase lorsqu'il peut se raser, celle où ce qui est est, alors que les trois autres sont négatives, mais l'une de ces négatives est valide, soit celle où il ne se rase pas lorsqu'il ne peut pas se raser, celle où ce qui n'est pas n'est pas.

Ce tableau composé d'un énoncé affirmatif et de trois énoncés négatifs, se rencontre dans une figure logique qui porte le nom de tétralemme et que nous étudierons plus loin.

Donc l'ensemble de tous les ensembles qui se contiennent eux-mêmes se contient lui-même et n'aboutit pas à un paradoxe puisque cette proposition ne comporte aucune négation. Au contraire, l'ensemble de tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes se contient lui-même puisqu'il ne se contient pas lui-même et inversement. Chez les quantités positives, l'addition est une addition et la soustraction une soustraction, le barbier se rase lorsqu'il peut se raser et ne se rase pas lorsqu'il ne le peut pas ; alors qu'au niveau des valeurs négatives, c'est la soustraction qui devient une addition et l'addition une soustraction, c'est cela un paradoxe !

LE PARADOXE DU MENTEUR – Eubulide de Milet (IV^e siècle av. J.-C.) était le second chef de l'École mégarique, fondée par Euclide de Mégare, où on enseignait la métaphysique, la dialectique et la logique. Eubulide est surtout connu pour ses paradoxes, qui s'inscrivent dans la tradition sophistique et s'opposent à la logique aristotélicienne en remettant en question certaines notions fondamentales, dont le principe d'identité et de non-contradiction. Diogène Laërce attribue à Eubulide l'invention de sept paradoxes, mais l'un d'eux seulement est digne d'intérêt selon nous (l'évidence sophistique des autres ne requiert pas que nous en étudions la structure). En l'occurrence, il s'agit du *paradoxe du*

menteur, mettant en scène Épiménide, un philosophe crétois du ^{vr}e siècle av. J.-C., qui aurait dit : « Tous les Crétois sont menteurs. » La déclaration se veut absolue, ce qui signifie que les menteurs mentent toujours et ne disent jamais rien de vrai. De plus, comme Épiménide était lui-même Crétois, elle est autoréférentielle et inclut donc l'orateur lui-même dans cette catégorie de menteurs. La formule fut abrégée par la déclaration autoréférentielle (c'est-à-dire référant à elle-même) : « Je mens ! », ou par cette autre variante qui souligne son caractère absolu : « Je mens toujours ! », ce qui signifie que je mens à l'instant même, je mens en disant que je mens, donc je ne mens pas, et si je déclare que je ne mens pas, je mens. Dans le sens positif, ce qui est vrai est vrai et ce qui n'est pas vrai n'est pas vrai, mais dans le sens négatif, il nous faut dire vrai pour ne pas dire vrai et ne pas dire vrai pour dire vrai. L'énoncé est vrai quand il se veut faux et faux quand il se veut vrai, mais il n'est en réalité ni vrai ni faux, car il nie le vrai et le faux, il nie les deux. Il se nie lorsqu'il est vrai et se nie lorsqu'il est faux. Donc en prenant l'un pour l'autre et l'autre pour l'un, il n'affirme ni l'un ni l'autre de l'un et de l'autre. En prenant le vrai pour le faux et le faux pour le vrai, il n'affirme ni l'un ni l'autre du vrai et du faux.

Il existe une autre variante en ceci : « Cette phrase est fausse. » Alors si cette phrase est vraie, elle est fausse, et si elle est fausse, elle est vraie. Elle ne peut être l'une ou l'autre qu'en étant son contraire. Par conséquent, elle n'est jamais l'une ou l'autre, mais toujours ni l'une ni l'autre.

Voici en clair comment le problème s'explique : nous avons deux contextes, l'un positif et l'autre négatif. Dans le contexte positif, le positif est positif et le négatif est négatif, le plus est plus et le moins est moins, le vrai est vrai et le faux est faux, etc. Cela respecte le principe d'identité de la logique formelle : vrai = vrai et faux = faux. Selon ce même principe, seul le vrai est affirmatif, le faux est négatif. Par contre, dans le contexte négatif, le positif devient négatif et le négatif devient positif, le plus devient moins et le moins devient plus, le vrai devient faux et le faux devient vrai : vrai = faux et faux = vrai. Ici, c'est le vrai qui passe pour une négation et le faux pour une affirmation. Donc, du côté positif, seule la franchise (qui est honnête et de bonne foi) est une affirmation, le mensonge (qui est malhonnête et de mau-

vaie foi) est une négation. Si Épiménide avait dit : « Tous les Crétois sont francs » ou « Tous les Crétois ne sont pas menteurs », il n'y aurait eu aucun paradoxe, car le sens en est positif ; être franc ou ne pas être menteur est positif. Au contraire, ne pas être franc ou mentir ont un sens négatif. De fait, « Tous les Crétois ne sont pas francs » ou encore « Tous les Crétois sont menteurs » sont des paradoxes¹.

En d'autres termes, dans la phrase : « Je dis vrai ! » ou encore « Je ne dis pas faux ! », il n'y a aucun paradoxe, car ces deux phrases ont une valeur positive. Elles respectent le principe d'identité et de non-contradiction : si je dis vrai, je dis vrai, je ne dis pas faux. Mais, par la négative, dans la phrase : « Je ne dis pas vrai ! » ou encore « Je dis faux ! », il y a un paradoxe dans les deux cas, puisque ces deux phrases ont une valeur négative et autocontradictoire : nous pourrions dire que si je dis faux, je dis faux, je ne dis pas vrai, mais cela n'est pas vrai puisque je dis faux. Donc, il n'y a pas de paradoxe dans la déclaration positive « je dis », mais il y en a un dans la déclaration négative « je ne dis pas », puisque je dis que je ne dis pas – ce qui est paradoxal –, ou encore dans « je me tais », puisque si je dis que je me tais, il y a

1. Ici, les valeurs positives et négatives demandent à être considérées dans le sens moral des mots et non dans le sens grammatical, car en celui-ci, les énoncés « je suis franc » et « je mens » sont tous les deux considérés comme des affirmations, des assertions positives, alors que « je ne suis pas franc » et « je ne mens pas » sont plutôt considérés comme des allégations négatives, mais ce n'est pas le sens que nous voulons leur donner. À savoir que dans le sens moral « je suis franc » et « je ne mens pas » ont une valeur positive, alors que « je ne suis pas franc » et « je mens » sont plutôt de valeur négative : c'est donc le sens moral des valeurs positives et négatives que nous voulons privilégier, du moins pour l'instant, et il peut différer du sens grammatical, dont nous traiterons plus loin, ou simplement, l'emporter sur lui.

Curieusement, et ne nous demandez pas pourquoi, les valeurs morales positives et négatives, comme faire le bien ou le mal et encore savoir discerner les deux, ont un impact sur la réalité qui est aussi conséquent que n'importe quel autre phénomène naturel – qu'il soit d'ordre physique, chimique ou biologique. Si vous croyez que les valeurs positives et négatives de la morale sont imaginaires et qu'elles n'ont aucun effet sur la réalité, détrompez-vous. Aussi invraisemblable que cela puisse paraître, la morale, qui est capable de partager le positif et le négatif, sous la variante du bien et du mal, voire celle du vrai et du faux, semble parfois mieux placée que les mathématiques et la logique ne le sont pour résoudre un paradoxe, puisque ces dernières n'ont pas toujours une définition aussi nette de ce qui est positif ou négatif, voire de ce qui est vrai ou faux, encore moins de ce qui est bien ou mal.

paradoxe: je me tais si je ne le dis pas, je ne me tais pas si je le dis. Ces contradictions paradoxales ne se retrouvent que dans les énoncés négatifs. Il n'existe aucun paradoxe positif. Ils sont tous négatifs!

Alors, « Je mens! », « Je ne dis pas vrai! », ou « Je dis faux! » sont des énoncés négatifs et ils constituent des paradoxes. Tandis que « Je ne mens pas! », « Je ne dis pas faux! », ou « Je dis vrai! » sont positifs et ne forment aucun paradoxe.

Même chose avec « je vous ordonne de ne jamais obéir à mes ordres » ou « je vous promets de ne jamais tenir mes promesses », ces énoncés sont des paradoxes parce qu'ils sont négatifs (« ne jamais obéir » et « ne jamais tenir »), alors que dans le sens positif, il n'y a pas de paradoxe, même si ce qui est dit peut ne pas être respecté: « je vous ordonne de toujours obéir à mes ordres » ou « je vous promets de toujours tenir mes promesses ».

Donc, dans les énoncés: « je dis toujours la vérité » ou « je ne mens jamais », il n'y a pas de paradoxe. Mais la forme négative: « je ne dis jamais la vérité » ou « je mens toujours » signifie que tout ce que je dis est faux, incluant ces deux déclarations qui en font donc des paradoxes.

Tout comme « je mens toujours », dans « je ne dis jamais la vérité », si l'énoncé est vrai, il est faux, et s'il est faux, il est vrai, mais comme il se nie lorsqu'il est vrai et qu'il se nie lorsqu'il est faux, il n'est en définitive ni l'un ni l'autre du vrai et du faux. Seule la valeur positive représente l'un ou l'autre du vrai et du faux.

Alors pourquoi le négatif ne représente-t-il ni l'un ni l'autre du positif et du négatif? Parce que le positif les représente l'un et l'autre, par son affirmation et sa négation.

Ainsi, dans le sens négatif: « Aucune phrase écrite en noir dans ce livre n'est vraie » ou encore, pour vouloir dire la même chose: « Toute phrase écrite en noir dans ce livre est fausse », cela signifie que tout ce qui est écrit dans ce livre est faux puisque tout est écrit en noir, et si tel est le cas, cette phrase n'est pas fausse, donc ce n'est pas toute phrase écrite en noir dans ce livre qui est fausse puisque celle-ci est vraie, mais elle est fausse puisqu'elle est écrite en noir comme toutes les autres... L'erreur est de dire qu'elle est vraie et qu'elle est fausse, car puisqu'elle n'est pas vraie lorsqu'elle est vraie et qu'elle n'est pas fausse lorsqu'elle est fausse, elle n'est ni l'une ni l'autre. Au contraire, dans le

sens positif, « Toute phrase écrite en noir dans ce livre est vraie » ou encore « Aucune phrase écrite en noir dans ce livre n'est fausse » ne produit aucun paradoxe ! Tout ce qui risque d'arriver, c'est que cette phrase soit fausse, mais ce n'est pas un paradoxe, le positif est le seul à pouvoir être vrai ou faux, le négatif n'est ni l'un ni l'autre !

L'AUTORÉFÉRENCE DANS LE PARADOXE – Voici un texte qui démontre le désarroi auquel font face les mathématiciens lorsqu'ils sont confrontés à un paradoxe qu'ils se doivent de solutionner :

Douglas Hofstadter²– [...] Une théorie puissante et belle, mais défiant l'intuition, des différents types d'infinis, dite *théorie des ensembles*, fut mise au point par Georg Cantor vers 1880. Il ne fallut pas attendre longtemps pour qu'une multitude de paradoxes sur la théorie des ensembles soit découverte. La situation était embarrassante, car à peine les mathématiques semblaient-elles se relever des assauts d'un lot de paradoxes (ceux relatifs à la théorie des limites, en analyse), qu'un nouveau lot, apparemment encore plus ardu, apparaissait.

Le plus connu d'entre eux est le paradoxe de Russell : on constate que la plupart des ensembles ne font pas partie d'eux-mêmes. L'ensemble des baleines, par exemple, n'est pas une baleine [...]. De ce point de vue, la majorité des ensembles est plutôt « quelconque ». Et pourtant, il existe des ensembles « auto-inclusifs », qui se contiennent eux-mêmes, comme l'ensemble de tous les ensembles [...]. Il en ressort clairement qu'un ensemble est soit quelconque, soit auto-inclusif, et qu'aucun ensemble ne peut être les deux à la fois. [...] Face à ces difficultés, les mathématiciens du début du siècle ont alors commencé à examiner de plus près les fondements de la théorie des ensembles. La question cruciale semblait être : « Qu'est-ce qui cloche dans notre concept intuitif d'ensemble ? » Est-il possible d'élaborer une théorie des ensembles correspondant bien à nos intuitions et évitant également les paradoxes ?

2. Douglas Hofstadter, *Gödel, Escher, Bach, (Les brins d'une guirlande éternelle)*, Paris, Dunod, 2000, p. 22-24.

[...] On peut obtenir une variante surprenante du paradoxe de Russell appelée le « paradoxe de Grelling » en remplaçant les ensembles par des adjectifs. Divisons les adjectifs français en deux catégories : les adjectifs autodescriptifs, comme « pentasyllabique », « bref » et « effaçable », et ceux qui ne le sont pas, comme « comestible », « incomplet » et « bisyllabique ». Si nous admettons que « non autodescriptif » est un adjectif, dans quelle catégorie allons-nous le ranger ? S'il semble discutable d'inclure des mots composés, nous pouvons utiliser deux termes inventés spécialement pour ce paradoxe : autologique (= « autodescriptif ») et hétérologique (= « non autodescriptif »). Notre question devient donc : « Hétérologique est-il hétérologique ? » Essayez ! [Le mot « court » est par lui-même assez court, comme le mot « bref » est bref ou comme le mot « pentasyllabique » comporte bien cinq syllabes. On dit que ces mots sont autodescriptifs, autologiques, qu'ils ont la propriété qu'ils décrivent. Par contre, le mot « long » est plutôt court et désigne ce qui n'est pas court. C'est ce que l'on entend par non autodescriptif ou hétérologique, qui exprime une contradiction. Or en le référant à lui-même, si nous disons que le mot « hétérologique » est hétérologique, il devient autologique puisqu'il a la propriété qu'il décrit, celle d'être hétérologique. Mais s'il est autologique, il n'a pas la propriété qu'il décrit et est donc hétérologique. Mais s'il est hétérologique, il a la propriété qu'il décrit, il est donc autologique, et ainsi de suite. Lorsque « hétérologique » est hétérologique, il est autologique, et lorsqu'il est autologique, il n'est pas hétérologique. Alors « hétérologique » est hétérologique s'il ne l'est pas, et il ne l'est pas s'il l'est. Cela dit, hétérologique est-il hétérologique ou autologique ? Pas question d'insinuer qu'il soit les deux !]

Ces paradoxes semblent contenir un coupable commun, l'autoréférence, ou le Bouclage Étrange. Si le but recherché est d'éviter tous les paradoxes, on pourrait essayer de bannir l'autoréférence et tout ce qui la fait surgir ! Malheureusement, ce n'est pas aussi facile qu'il y paraît, car l'autoréférence peut être difficile à repérer. Elle peut être diffuse dans une Boucle Étrange à plusieurs degrés, comme dans ce prolongement d'Épiménide, qui rappelle également les *Mains dessinant* [une œuvre de Escher] : « La phrase suivante est fausse. La phrase précédente est vraie. » – Ensemble, ces phrases pro-

duisent le même effet que le paradoxe d'Épiménide d'origine, et pourtant, séparément, elles sont inoffensives, voire potentiellement utiles. Il n'y a rien à redire de chacune de ces deux phrases, prises séparément ; c'est la façon dont elles renvoient l'une à l'autre qui est en cause. De même, chacune des zones de *Montée et descente* [allusion à un langage hiérarchique] est irréprochable ; c'est leur assemblage qui crée une impossibilité. L'autoréférence pouvant être obtenue soit indirectement, soit directement, il faut trouver un moyen d'éliminer ces deux types à la fois, à tout le moins si l'on considère l'autoréférence comme la source de tous les maux.

Selon Russell, les paradoxes ont pour « cause » un raisonnement circulaire, qu'on appelle aussi *boucle étrange* ou *cercle vicieux*, mais cela est un « effet » plutôt qu'une cause, et nous verrons que la cause qui précède cet effet est la « négation ».

Une phrase est dite autoréférentielle lorsqu'elle réfère à elle-même, comme lorsque Épiménide parle des Crétois, il parle aussi de lui-même puisqu'il est Crétois, ou lorsque le barbier ne peut pas raser ceux qui se rasent eux-mêmes, cela implique aussi le barbier lui-même. Par exemple, « cette phrase est fausse » est une formulation négative, autoréférentielle et paradoxale, comme les phrases « je mens toujours » ou « je ne dis jamais vrai » le sont aussi. Les logiciens ont cru que l'autoréférence était la cause de l'autocontradiction qui caractérise un paradoxe et ils ont cherché à l'éliminer ou à la contourner, mais c'est la négation qui en est la principale cause, et non l'autoréférence proprement dite, car tous les paradoxes sont négatifs et il existe des phrases autoréférentielles qui ne sont pas paradoxales. Par exemple, « cette phrase est vraie » est une construction positive, autoréférentielle et non paradoxale, au même titre que « je dis toujours vrai » ou « je ne mens jamais » sont autoréférentielles et non paradoxales parce qu'elles sont positives.

En contrepartie, il existe aussi des paradoxes qui ne sont pas autoréférentiels. Par exemple, « désobéissez-moi ! » est une formule négative, non autoréférentielle et paradoxale. Elle réfère à une action extérieure exécutée par une personne autre que celle qui donne l'ordre. Ainsi, si nous lui désobéissons, nous lui obéissons, et si nous lui obéissons, nous lui désobéissons. Au contraire, le commandement « obéissez-moi ! » est positif, non autoréférentiel et non paradoxal : si

nous obéissons, nous obéissons, et si nous désobéissons, nous désobéissons. Autoréférentiel ou non, l'essence même du paradoxe est la négation. Quant à la valeur positive, affirmative, autoréférentielle ou non, elle ne produit jamais de paradoxe !

Le prochain exemple est probablement un peu difficile à suivre, mais c'est la même structure, et elle est générale. De plus, si nous avons utilisé les termes *ne pas haïr* et *haïr* au lieu de ceux d'*aimer* et de *ne pas aimer*, le résultat aurait été le même : celui qui n'aime pas ceux qui s'aiment (négation d'une affirmation) et aime ceux qui ne s'aiment pas (affirmation d'une négation), s'il s'aime, il ne s'aime pas, et s'il ne s'aime pas, il s'aime, mais s'il s'aime, il ne s'aime pas, et ainsi de suite. Ce paradoxe est encore et toujours fondé sur une négation, sur la « négation d'une affirmation » et/ou « l'affirmation d'une négation ». Alors, devant un paradoxe, cherchons sa négation et nous trouverons sa raison. Il n'y a pas de paradoxe à aimer l'amour, mais il y en a un à aimer la haine et à haïr l'amour. Il n'y a pas de paradoxe quand aimer c'est aimer et ne pas aimer c'est ne pas aimer, c'est comme dire toujours vrai ou ne jamais mentir ; il y a paradoxe lorsqu'on ment toujours ou ne dit jamais vrai, lorsque ne pas aimer c'est aimer et aimer c'est ne pas aimer, car cela est faux, mensonger, et ça ne devrait pas avoir lieu, mais ça existe !

Un énoncé autoréférentiel va faire référence à ce qui est universel, général, global, ce qui implique donc l'énoncé lui-même sous des termes qui ne laissent place à aucune ambiguïté, tel que tout, rien, toujours, jamais, partout, nulle part, etc. Par exemple, « tout est faux » signifie que cette phrase est également fausse puisque tout est faux. Même chose pour « rien n'est vrai ». Dans le sens positif, « tout est vrai » signifie que cette phrase est également vraie. Même chose pour « rien n'est faux », sauf que ces deux derniers énoncés ne forment pas de paradoxes puisqu'ils sont de nature positive.

À ce titre, une règle, qui est négative, ne peut pas former une règle générale, puisqu'elle se nie elle-même et devient une exception à la règle. Autrement dit, par la positive, en adoptant la règle voulant que « toute règle est une généralité », il n'y a pas de paradoxe. Mais par la négative, en prenant pour règle que « toute règle a ses exceptions », cette règle devrait donc avoir aussi les siennes et faire en sorte que ce n'est pas toute règle qui a ses exceptions. En effet, ce n'est plus

toute règle qui a ses exceptions quand « toute règle a ses exceptions » est aussi une règle et qui donc, a aussi les siennes. Par la positive, en affirmant que « tout est absolu », il n'y a pas de paradoxe. Mais par la négative, en affirmant que « tout est relatif », cette règle l'est aussi. Étant donné que tout est relatif, la relativité est aussi relative, sinon ce n'est pas tout qui le serait. Alors, tout est relatif revient à dire que ce n'est pas tout qui est relatif puisque la relativité elle-même est relative et non absolue. Nous ne pouvons donc pas généraliser négativement et considérer comme un absolu le fait que tout serait relatif, que toute règle aurait ses exceptions, parce que ces allégations sont autocontradictaires. C'est comme tenir pour absolu qu'il n'y a rien d'absolu, prendre pour vérité qu'il n'y a rien de vrai, concevoir comme une réalité qu'il n'y a rien de réel. En somme, reconnaître comme étant positif que rien n'est positif, cela est paradoxal. Seule la valeur positive est propre à être généralisée, la négation ne se généralise pas sans se contredire par l'autoréférence. Lorsqu'il y a un paradoxe dans la théorie des ensembles, c'est parce que sa généralité est négative.

Voyez encore : la déclaration « nous avons tous tort » revient à dire que « tout est faux ». S'il est vrai que « tout est faux », cet énoncé est également faux puisque tout est faux, ce qui fait qu'il reste tout de même quelque chose de vrai puisque « tout est faux » est lui-même faux. Au contraire, « tout est vrai » peut inclure comme vrai « tout est faux » puisque tout est vrai, mais la différence est que ce qui est vrai dans « tout est faux » est qu'il représente un paradoxe et se nie lui-même.

En d'autres termes, les énonciations négatives « la Vérité n'existe pas », ou encore « la Vérité est impossible », se détruisent d'elles-mêmes si elles prétendent par là annoncer la Vérité, puisqu'elle est censée ne pas exister ou être impossible. Donc, l'énoncé négatif « la Vérité n'existe pas » est paradoxal : c'est comme croire qu'il est impossible de croire, affirmer qu'il est impossible d'affirmer ou être certain que rien n'est certain, ce qui correspond à l'affirmation d'une négation.

Ce qui est absurde ou paradoxal dans l'autoréférence, c'est lorsqu'une chose s'identifie comme étant le contraire de ce qu'elle est, et seule une négation peut réaliser cet exploit. En d'autres termes, dans la déclaration

négative autoréférentielle « cette phrase est fausse », le paradoxe est que la phrase n'est fausse que lorsqu'elle est vraie (négation de l'affirmation) et vraie que lorsqu'elle est fausse (affirmation de la négation). Elle peut se dédoubler en deux phrases se référant l'une à l'autre : 1) la phrase suivante est vraie ; 2) la phrase précédente est fausse ; ce qui équivaut toujours à nier une affirmation pour affirmer une négation. Si la phrase 1 est vraie, la phrase 2 est fausse. Mais si 2 est fausse, 1 devient fausse aussi. Si 1 est fausse, cela implique que 2 est vraie, et si 2 est vraie, 1 devient vraie aussi. Cependant, nous ne pouvons ni conclure que l'une est vraie et l'autre fausse, ou que l'une est fausse et l'autre vraie, ni que les deux sont fausses ou que les deux sont vraies, car il n'y a aucun temps d'arrêt pour conclure quoi que ce soit, c'est un cercle vicieux, une *boucle étrange*, comme disent les mathématiciens.

Nous pouvons répéter cette expérience avec autant de phrases que nous le voulons. Prenons trois phrases :

- 1) La deuxième phrase est vraie
- 2) La troisième phrase est fausse
- 3) La première phrase est vraie

Si la phrase 2 est vraie, comme le propose la phrase 1, la phrase 3 est fausse, et si la phrase 3 est fausse, la phrase 1 est fausse aussi. Nous venons d'effectuer un demi-tour de ce qu'on appelle une *boucle étrange*. Complétons le tour en entier et fermons la boucle avec l'autre moitié : si la phrase 1 est fausse, comme le propose la phrase 3, la phrase 2 est fausse aussi, et si la phrase 2 est fausse, la phrase 3 est vraie. Donc, si la phrase 3 est vraie, la phrase 1 est vraie aussi, et nous recommençons là d'où nous étions partis, le cycle étant complet. Nous avons donc fermé une boucle, en partant du fait que la phrase 1 est vraie, et que cette même phrase est ensuite devenue fausse, pour finalement redevenir vraie à nouveau, soit (vraie/fausse/vraie). En contrepartie, la formule (fausse/vraie/fausse) existe aussi, mais l'une éclipse l'autre.

L'AUTONÉGATION – L'autoréférence ne concerne que les universaux, que ce qui est général, comme dans le paradoxe « je mens toujours » dont l'équivalent est « je ne dis jamais vrai » et non « je mens par-

fois» dont l'équivalent est «je ne dis pas vrai parfois» ou encore «je ne mens jamais» dont l'équivalent est «je dis toujours vrai».

«Toujours mentir» ou «ne jamais dire vrai» sont des négations de quantité universelle; «mentir parfois» ou «dire vrai parfois» sont de quantité particulière, relative, négative et positive; «ne jamais mentir» ou «toujours dire vrai» sont de valeur positive de quantité universelle. Seuls les deux premiers énoncés, les énoncés négatifs de quantité universelle, sont des paradoxes, justement parce qu'ils sont négatifs et que l'universalité d'une négation se nie elle-même.

Donc, «parfois» est particulier, il est équivalent à «quelque/quelquefois» et peut être de qualité négative ou positive; «toujours» est un universel positif dont l'universalité négative est «jamais», comme «tout» est de quantité universelle et de qualité positive dont l'opposé est le «rien» qui est de quantité universelle et de qualité négative³. Leur universalité les rend «inclusifs». Le «tout» inclut aussi le «rien», puisque, s'il ne l'incluait pas, il ne serait pas le tout, mais qu'une partie du tout, car tout c'est tout, incluant rien. Pareillement, le «rien» exclut le tout, rien y inclus, car s'il n'incluait pas le rien dans son exclusion, il ne serait pas rien, puisque rien c'est rien, incluant rien. Donc, l'universalité d'une négation consiste à nier la valeur positive ainsi que la valeur négative qu'elle représente, elle est donc «autonégative», elle se nie elle-même. Il s'agit bien d'une négation de la valeur positive qui se nie elle-même pour donner une négation et de la négation de cette négation qui ne donne plus ni l'un ni l'autre du positif et du négatif. Ce n'est pas l'autoréférence qui produit le paradoxe avons-nous dit, puisqu'une valeur positive et affirmative peut aussi s'autoréférencer sans produire de paradoxe. Le paradoxe relève de l'autonégation, ce qui se nie soi-même et non ce qui se réfère à soi-même, bien que pour se nier soi-même, il faut bien se référer à soi-même, mais entre le fait de s'affirmer soi-même et de se nier soi-même, seul ce qui se nie soi-même est paradoxal. C'est comme dire: quand c'est positif, ce n'est pas positif, donc c'est négatif, mais quand c'est négatif, ce n'est pas négatif, donc c'est positif, et ainsi de suite. Il s'agit donc d'«autonégation» qui résulte

3. Ces termes de *particuliers*, d'*universaux*, de *quantité* et de *qualité* sont le propre d'une figure logique appelée le *carré des oppositions* que nous étudierons dans un prochain chapitre.

d'une négation universelle, d'une négation générale, d'une négation du positif et d'une négation du négatif, comme dans «interdire de permettre» (négation du positif) et «interdire d'interdire» (négation du négatif). Au contraire, «permettre d'interdire» et «permettre de permettre» sont des énoncés positifs et ne sont pas problématiques. Permettre est positif et interdire est négatif, or permettre d'interdire signifie que la négation est permise, et la négation a toujours sa place dans la sphère positive; interdire, discriminer, ne pas aimer, tout cela n'est pas toujours négatif. Au contraire, dans la sphère négative, permettre, assimiler et aimer ne sont pas faits dans le sens positif, même si on est persuadé du contraire, mais nous reparlerons de cela plus loin.

Les paradoxes dont nous faisons mention sont composés d'une double négation – négations qui se renvoient l'une à l'autre – qui peut se retrouver dans une simple formulation: «Cette phrase est fausse». Négation 1: si c'est vrai, ce n'est pas vrai, donc c'est faux; négation 2: si c'est faux, ce n'est pas faux, donc c'est vrai, et ainsi de suite. Ce n'est donc toujours ni vrai ni faux, jamais l'un ou l'autre, encore moins l'un et l'autre, car lorsque c'est l'un, ce n'est pas l'un et lorsque c'est l'autre, ce n'est pas l'autre. Cette double négation peut aussi se séparer en deux formulations distinctes qui, néanmoins, se réfèrent toujours l'une à l'autre et nous rappellent la *Carte de Jourdain*⁴: «la phrase suivante est fausse», «la phrase précédente est vraie» ou encore «la phrase suivante est vraie», «la phrase précédente est fausse».

Voyons quelques paradoxes où les deux négations (celle de l'affirmation et celle de la négation elle-même) sont distinctes et font appel à une cause extérieure.

LE PARADOXE DU CROCODILE ET LE PARADOXE DU PENDU – Un crocodile s'empare d'un bébé et dit à la mère: «Si tu devines ce que

4. Philip Edward Bertrand Jourdain (1879-1919), mathématicien et logicien britannique, disciple de Bertrand Russell. On pouvait lire au recto de la carte: «La phrase écrite de l'autre côté de cette carte est vraie», et au verso: «La phrase écrite de l'autre côté de cette carte est fausse».

je vais faire de ton enfant, je te le rends, sinon je le dévore ! » La mère lance cette affirmation négative : « Tu vas le dévorer ! »

Si l'intention du crocodile était de dévorer le bébé, la mère a bien deviné et le crocodile doit le rendre à sa mère !

Si son intention n'était pas de le dévorer, la mère s'est trompée et le crocodile doit dévorer le bébé !

À bien y penser, le crocodile ne pourra ni dévorer le bébé ni le remettre à sa mère, car s'il lui remet, il doit plutôt le dévorer et, s'il le dévore, il doit plutôt le lui remettre. On concède parfois à ces paradoxes le fait d'être à la fois vrais et faux, voire l'un quand il est l'autre et l'autre quand il est l'un, mais il n'est ni l'un ni l'autre puisqu'il résulte en une négation du vrai et en une négation du faux et non de l'affirmation de l'un ou de l'autre. Le crocodile, ne pouvant faire l'un, l'autre, l'un et l'autre, il ne lui reste qu'à ne faire ni l'un ni l'autre, car il ne peut accomplir aucun des deux actes séparément, encore moins en même temps : comment peut-on manger en même temps qu'on ne mange pas ? Ne pouvoir faire ni l'un ni l'autre a sa part de réalité et celle-ci répond parfaitement à ce genre de paradoxes. Il n'existe aucun paradoxe qui puisse nous permettre d'accomplir deux choses en même temps ou qui soit à la fois vrai et faux, c'est toujours ni l'un ni l'autre, et ni l'un ni l'autre est formellement quelque chose, même s'il ne correspond à rien.

Le même stratagème se retrouve dans le célèbre roman *Don Quichotte de la Manche*, de l'écrivain espagnol Miguel de Cervantes. Sancho Panza, écuyer et compagnon d'aventures de Don Quichotte, était devenu gouverneur d'une île où, pour y vivre, chaque immigrant devait répondre à une question, et celui qui ne répondait pas par une vérité était condamné à être pendu. Un visiteur astucieux répondit en affirmant une négation, causant la confusion totale. La question était : « Qu'êtes-vous venu faire ici ? » La réponse du visiteur fut : « Je suis venu pour y être pendu ! » Or, s'ils ne le pendent pas, il aura dit faux, et dans ce cas il faudrait qu'ils le pendent, mais s'ils le pendent, il aura dit vrai, et dans ce cas il ne faudrait pas qu'ils le pendent.

Au contraire, s'il avait répondu par la positive : « Je suis venu pour y vivre », il aurait simplement fallu qu'ils le pendent pour prouver qu'il avait menti, car contrairement au négatif qui correspond à ni l'un ni

l'autre, le positif correspond à l'un et l'autre et peut donc s'affirmer ou être nié. Dans ce cas, ce sont ses hôtes qui auraient manqué à leur parole, mais le malin visiteur n'a pas pris ce risque.

Il en va de même si la mère du bébé avait répondu à la question du crocodile par la positive : « Tu vas me remettre l'enfant ! » Il aurait simplement fallu qu'il le dévore pour prouver qu'elle s'était trompée. La valeur positive comprend la positive et la négative, et en répondant par la positive, nous n'avons qu'à nier cette déclaration pour prouver le contraire, mais en répondant par la négative, nous ne pouvons rien affirmer et rien nier parce que le négatif correspond à ni l'un ni l'autre du positif et du négatif, si ce n'est que chacun est pris pour l'autre, pour ce qu'il n'est pas.

La phrase « Tu vas le dévorer ! » est déclarative et négative. Mais selon le contexte, elle peut aussi être positive. Par exemple, si une personne n'a rien mangé depuis trois jours et qu'on lui apporte un morceau de pain en lui disant « Tu vas le dévorer ! », ce même énoncé devient dans ce cas particulier positif et ne constitue donc pas un paradoxe, parce que la situation est positive.

Compte tenu de l'issue du problème, nous savons que « Tu vas le dévorer ! » tout comme « Je suis venu pour y être pendu ! » sont des déclarations négatives. Tous les paradoxes comportent un indice positif et un indice négatif. Or, d'un point de vue moral, et du côté de la mère et du visiteur, qu'est-ce qui est positif et négatif dans ceci : donner l'enfant à sa mère ou le dévorer ? vivre ou être pendu ? Dans le sens positif, la vie c'est la vie et la mort c'est la mort, alors que dans le sens négatif, là où la vie est prise pour la mort et la mort pour la vie, cela ne correspond à ni l'une ni l'autre de ce qu'est la vie et la mort dans le sens positif des termes.

Le paradoxe du crocodile est un paradoxe à deux temps, mais nous n'en trouvons qu'un dans les livres et c'est celui que nous venons d'exposer. Ainsi, l'animal pose une question de nature positive : « si tu dis "vrai" sur mon intention, je te remets l'enfant » et la mère de répondre par la négative : « tu vas le dévorer ! », plongeant le reptile en plein paradoxe. Cependant, si le crocodile avait posé une question de nature négative, il aurait fallu que la mère réponde par la positive pour recréer le même paradoxe. Par exemple, en disant à la mère :

« si tu dis “faux” sur mon intention, je te remets l’enfant », la mère aurait répondu : « tu vas me le remettre ! » Puisqu’il lui a demandé de dire faux sur son intention, si celle-ci était de remettre l’enfant à sa mère, elle aura dit vrai et il ne pourra donc le lui remettre, mais si son intention était de le dévorer, elle aura dit faux et il devra le lui remettre. Ainsi, si la mère avait répondu par la positive à la question positive, ou par la négative à la question négative, il n’y aurait pas eu de paradoxe – mais au risque de perdre son enfant. Il en va de même avec le paradoxe du pendu : plutôt que de répondre à la question par une vérité, pour éviter la pendaison, s’il fallait répondre par un mensonge, qui est une négation, le visiteur devra simplement répondre par la positive : « Je suis venu pour y vivre ! » Alors si on le laisse vivre, il aura dit vrai et il faudra le pendre, mais si on le pend, il aura dit faux et donc on ne pourra pas le pendre. On construit un paradoxe en prenant un positif pour un négatif et un négatif pour un positif, mais ça devient ni l’un ni l’autre du positif et du négatif.

Un paradoxe, finalement, c’est un nihilisme qui se prend pour plus important qu’il ne l’est, car lorsque ce n’est ni positif quand c’est positif et ni négatif quand c’est négatif, cela peut être embêtant pour quelques esprits non avisés qui pensent qu’un paradoxe peut dissimuler quelque vérité, alors que la seule vérité qui le concerne, c’est qu’il a tout faux !

Beaucoup sont ceux qui pensent que les paradoxes font entrevoir des doubles vérités, mais ce n’est pas le cas. En ce sens, Kurt Gödel les nomme *indécidables*, comme si les paradoxes n’arrivaient pas à se décider s’ils sont vrais ou faux, puisque lorsqu’ils sont vrais, ils ne sont pas vrais, et lorsqu’ils sont faux, ils ne sont pas faux. Ce sont des *indémontrables* qui ne peuvent être ni prouvés ni réfutés, ni s’affirmer ni se nier, ni être vrais ou faux, mais qui existent. De là, on a cru qu’il pouvait exister des vérités et des faussetés indémontrables. Par exemple, la phrase négative « vous n’êtes pas en train de lire cette phrase » est fausse lorsque vous la lisez et vraie si vous ne la lisez pas. Vous ne pourrez donc constater que sa fausseté, mais jamais sa véridicité. Cela fait que certaines vérités ne sont pas démontrables ou qu’elles sont tout simplement insoupçonnées et injustifiables par quelque démonstration. En contrepartie, dans l’énoncé positif « vous

êtes en train de lire cette phrase », si vous ne l'aviez pas lue, elle aurait été fausse, mais vous n'auriez pas été en mesure de constater sa fausseté, ce qui signifie qu'il y a des faussetés indémonstrables. Mais en fait et en réalité, ce qui est indémontrable dans une vérité, c'est qu'elle est une fausseté et ce qui est indémontrable dans une fausseté, c'est qu'elle est une vérité : c'est la seule façon pour une fausseté et une vérité d'être indémonstrables, sinon il ne s'agit ni d'une fausseté ni d'une vérité, car une fausseté est une fausseté et une vérité une vérité, non le contraire ! Cela étant dit, une vérité ou une fausseté indémontrable n'est ni l'une ni l'autre d'une vérité ou d'une fausseté. Or il n'y a pas véritablement de vérité et de fausseté indémonstrables. Tout ce qui est vrai ou faux est forcément démontrable, mais il peut en être autrement lorsqu'on cherche à démontrer ce qui est vrai ou faux dans ce qu'on croit être vrai ou faux et qui n'est ni l'un ni l'autre du vrai et du faux. Dans ce cas, il est impossible de démontrer que c'est vrai ou faux puisque c'est ni l'un ni l'autre, mais ni l'un ni l'autre est tout de même démontrable, seulement, il ne faut pas les prendre pour l'un et l'autre. Conclusion : il est impossible qu'une vérité soit indémontrable, sinon ce n'en est pas une, mais plutôt une fausseté qu'on cherche à faire passer pour une vérité – qu'on n'arrive pas à démontrer, et pour cause.

Selon certains, le crocodile se laissera aller à son instinct et dévorera le bébé, pour d'autres, le barbier n'a pas à se raser puisqu'il est une femme, pour d'autres encore, le visiteur n'a qu'à soudoyer les soldats à la frontière pour ne pas être pendu, mais il n'y a aucune conclusion de la sorte à tirer de ces paradoxes, parce qu'il n'y a pas de personnage, il n'y a pas de menteur, de barbier ou de crocodile. Ce sont seulement des rapports logiques de contradictions qui vont à l'encontre du principe d'identité et de non-contradiction de la logique formelle par la négation d'une affirmation et la négation d'une négation qui conduit à ni l'une ni l'autre d'une affirmation et d'une négation dans le sens positif du terme, soit à prendre une affirmation pour une négation et une négation pour une affirmation, ce qui revient à dire que ce n'est jamais une affirmation lorsque c'en est une et jamais une négation lorsque c'en est une. Il s'agit toujours du même problème dont on a changé le décor et les